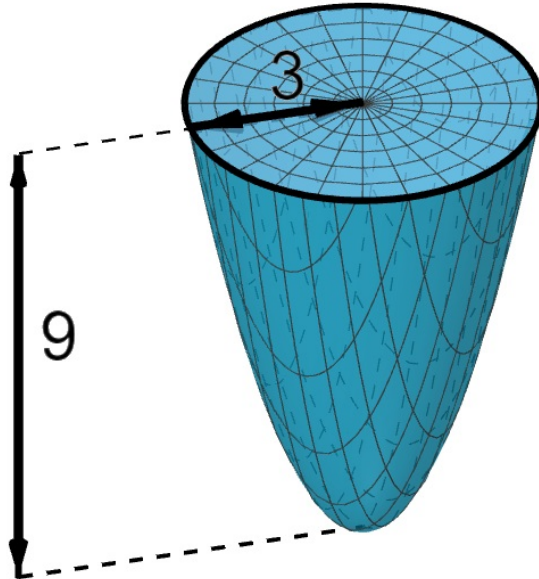
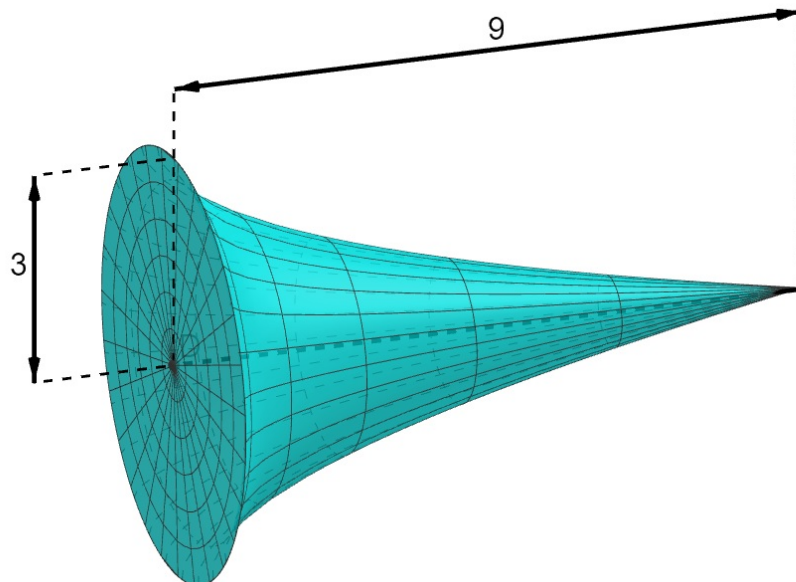


1 Objem rotačního tělesa

1) Vypočtete objem části rotačního paraboloidu o výšce 9, jehož podstavou je kruh o poloměru 3.

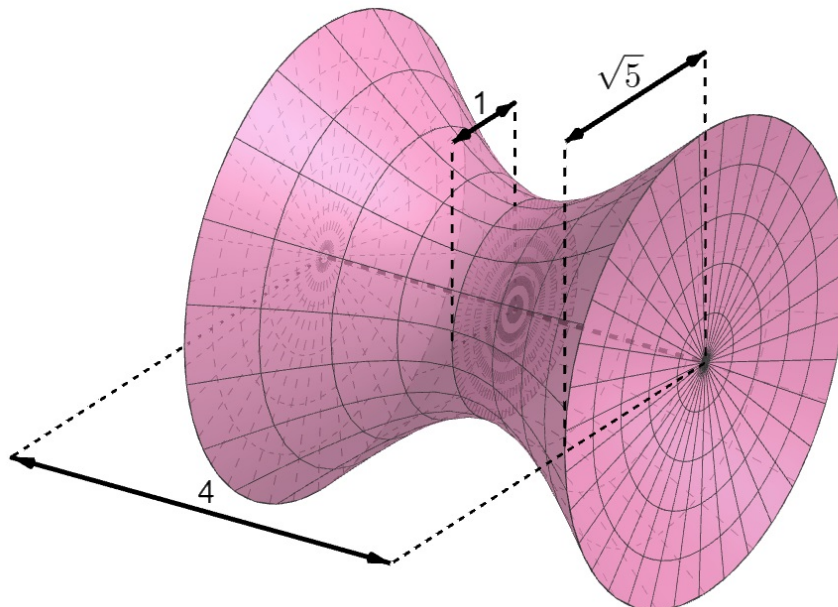


2) Vypočtete objem "parabolického kužele" o výšce 9, jehož podstavou je kruh o poloměru 3, přičemž křivky spojující jeho vrchol s hranicí podstavy mají tvar "základních" parabol $y = x^2$.

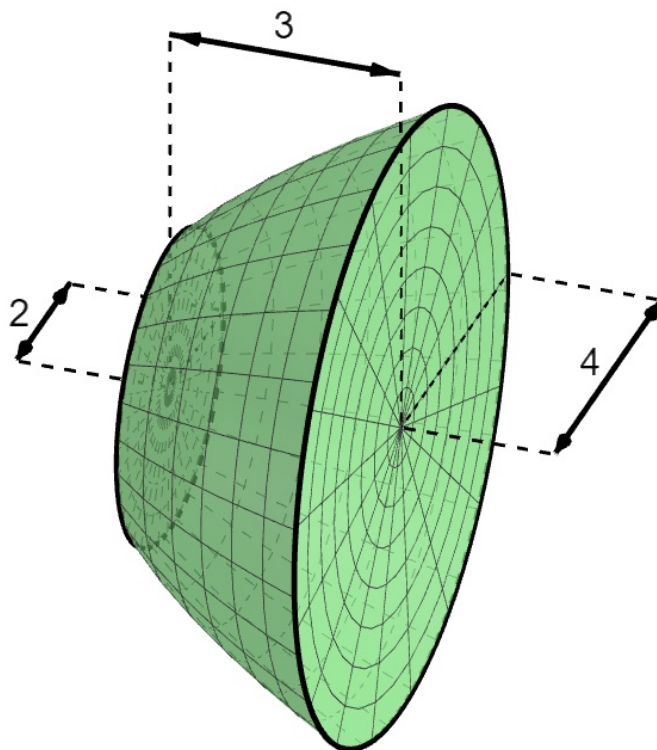


Domácí cvičení VI, 25.12.2021

3) Vypočtete objem jednodílného rotačního hyperboloidu o výšce 4, jehož podstavami jsou kruhy o poloměru $\sqrt{5}$ a průřezem rovinou kolmou na jeho osu procházející jeho středem je kruh o poloměru 1.

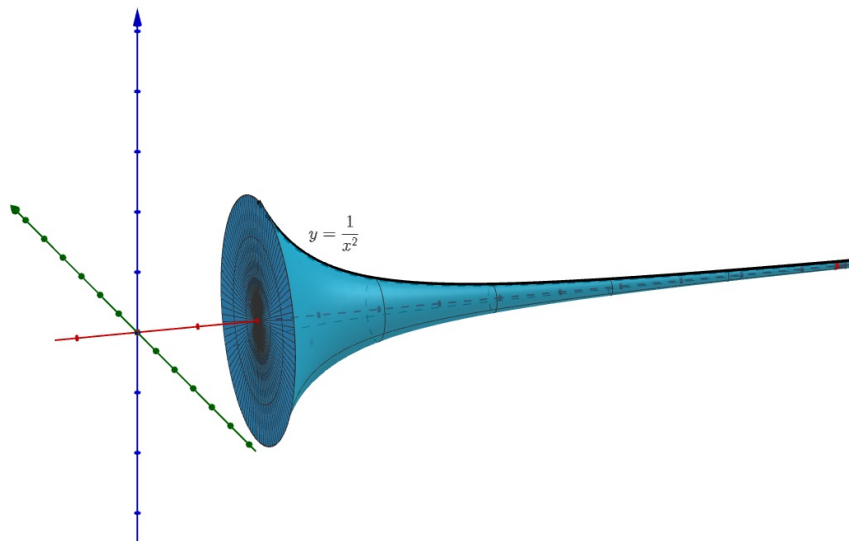


4) Vypočtete objem komolého rotačního paraboloidu o výšce 3, jehož podstavami jsou kruhy o poloměrech 2 a 4.



Domácí cvičení VI, 25.12.2021

5) Vypočtete objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy pod grafem funkce $y = \frac{1}{x^2}$ na intervalu $[1, +\infty)$ kolem osy x .



Výsledky: 1) $\frac{81\pi}{2}$, 2) $\frac{27\pi}{2}$, 3) $\frac{23\pi}{3}$, 4) 30π , 5) $\frac{\pi}{3}$

2 Diferenciální rovnice - separace proměnných

Řešte dané rovnice separací proměnných:

1) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 6xy$$

splňující počáteční podmínku $y(1) = 1$.

2) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 9x^2y - y$$

splňující počáteční podmínku $y(2) = 1$.

3) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = xe^{-2y}$$

splňující počáteční podmínku $y(0) = 0$.

4) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$5 \ln^4 y \cdot y' = xy e^{-x}$$

splňující počáteční podmínku $y(-1) = 1$.

5) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = y^2 \sin(3x)$$

splňující počáteční podmínku $y(0) = 3$ včetně definičního oboru.

Výsledky: 1) $y = e^{3x^2-3}$, 2) $y = e^{3x^3-x-22}$, 3) $y = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$, 4) $y = e^{\sqrt[5]{-e^{-x}(x+1)}}$, 5) $y = \frac{3}{\cos 3x}$ pro $x \in (-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$

Domácí cvičení VI, 25.12.2021

2.1 Další úlohy

1) Rozhodněte, zda je funkce

$$y = 3 \cdot e^{-5x} + 2 \cdot e^{7x}$$

řešením diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' - 35y = 0$$

2) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{1}{y \cdot x^2 + y}$$

vyhovující počáteční podmínce

$$y(0) = -\sqrt{2}$$

Určete definiční obor tohoto řešení.

3) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' + y \cos x = \sin 2x$$

vyhovující počáteční podmínce

$$y(0) = 5$$