4. minitest - varianta A

Funkce dvou proměnných - gradient a tečná rovina

14. 3. 2024

Je dána funkce

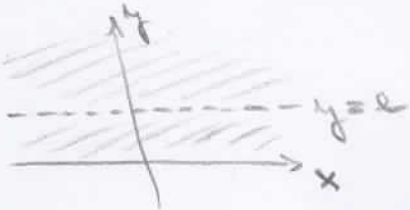
$$f(x,y) = \frac{x}{1-\ln y}$$

- Zapište a zakreslete její definiční obor.
- Vypočtěte gradient v bodě $A = [2,1]$.
- Napište rovnici tečné roviny v tomto bodě.

1) $y > 0 \quad \wedge \quad 1 - \ln y \neq 0$

$\qquad y \neq e$

$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y > 0 \wedge y \neq e\}$



2) $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{1}{1-\ln y}\Big|_{[2,1]} = 1$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -\frac{1}{y}\cdot\left(-\frac{x}{(1-\ln y)^2}\right)\Big|_{[2,1]} = 2$

GRADIENT $\nabla f(A) = (1,2)$

3) $f(2,1) = \frac{2}{1-\ln 1} = 2 = z_0$ TEČNÝ BOD: $[2,1,2]$

TEČNÁ ROVINA: $z - 2 = 1\cdot(x-2) + 2(y-1)$

4. minitest - varianta B

Funkce dvou proměnných - gradient a tečná rovina

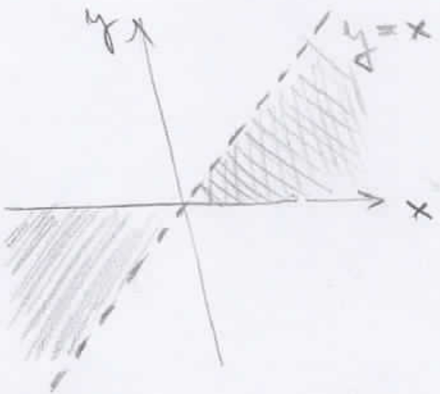
14. 3. 2024

Je dána funkce

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{y}{x-y}\right)$$

- Zapište a zakreslete její definiční obor.
- Vypočtěte gradient v bodě $A = [2, 1]$.
- Napište rovnici tečné roviny v tomto bodě.

1) $\frac{y}{x-y} > 0 \iff \big((y>0) \wedge (x-y>0)\big) \vee \big((y<0) \wedge (x-y<0)\big)$



$D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; (y>0 \wedge y<x) \vee (y<0 \wedge y>x)\}$

2) $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{1}{\frac{y}{x-y}} \cdot \left(-\frac{y}{(x-y)^2}\right) = -\frac{1}{x-y}\Big|_{[2,1]} = -1$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{1}{\frac{y}{x-y}} \cdot \frac{1\cdot(x-y) - y\cdot(-1)}{(x-y)^2} = \frac{x}{y(x-y)}\Big|_{[2,1]} = 2$

GRADIENT : $\nabla f(A) = (-1, 2)$

3) $f(2,1) = \ln 1 = 0 = z_0$

TEČNÝ BOD : $[2,1,0]$

TEČNÁ ROVINA : $z - 0 = (-1)\cdot(x-2) + 2\cdot(y-1)$