

3. Úlohy k procvičení - náhodné jevy a pravděpodobnost

1. Házíme pětkrát symetrickou mincí. Jaká je pravděpodobnost, že

- právě dvakrát padne líc?
- alespoň dvakrát padne líc?
- že nejvýše dvakrát padne líc?

2. Balíček 32 karet (čtyři barvy po osmi výškách) zamícháme a rozdáme 7 z nich. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou

- právě dvě karty červené barvy?
- alespoň dvě karty červené barvy?
- nejvýše dvě karty červené barvy?

3. Házíme čtyřmi hracími kostkami. Vypočítejte pravděpodobnost následujících jevů:

$A =$ [na všech kostkách padnou různá čísla], např. 2541 (typ "1+1+1+1"),

$B =$ [na dvou kostkách padnou stejná čísla a na dalších dvou jiná různá čísla], např. 2521 nebo 3364 (typ "2+1+1"),

$C =$ [na třech kostkách padnou stejná čísla a na další jiné číslo], např. 2522 nebo 3334 (typ "3+1"),

$D =$ [padnou dvě (různé) dvojice stejných čísel], např. 2552 nebo 3366 (typ "2+2"),

$E =$ [na všech kostkách stejná čísla], např. 2222 (typ "4").

Jaká je pravděpodobnost, že padnou alespoň tři stejná čísla?

4. Vylosujeme čtyři karty z balíčku 32 hracích karet (čtyř barev - červená (=č), zelená (=z), žlutá (=ž) a kulová (=k)). Vypočítejte pravděpodobnost následujících jevů:

$A =$ [vylosované karty jsou navzájem různých barev], např. čžkz (typ "1+1+1+1"),

$B =$ [dvě vylosované karty jsou stejné barvy a ostatní dvě karty mají jiné navzájem různé barvy], např. čžčk nebo zzkč (typ "2+1+1"),

$C =$ [tři vylosované karty jsou stejné barvy a zbylá má jinou barvu], např. čžčč nebo zzkz (typ "3+1"),

$D =$ [dvě (různé) dvojice vylosovaných karet jsou stejné barvy], např. čččk nebo zzkz (typ "2+2"),

$E =$ [všechny karty jsou stejné barvy], např. čččč (typ "4").

Jaká je pravděpodobnost, že alespoň tři karty jsou stejné barvy?

5. Školník má v kapse n různých klíčů a ví, že právě jedním z nich lze otevřít školu. Zkouší postupně jeden klíč za druhým (přičemž vyzkoušený klíč nevrací zpět do kapsy). Jaká je pravděpodobnost toho, že odemkne dveře školy na k -tý pokus?

Jak se změní tato pravděpodobnost, bude-li mít školník klíče navlečené na kruhu a bude-li zkoušet klíče v pořadí na tomto kruhu?

6. Jaká je pravděpodobnost toho, že ve skupině n osob mají alespoň dva lidé narozeniny ve stejný den? (Předpokládejme, že rok má 365 dní.)

7. Roztržitý profesor napsal čtyři dopisy čtyřem různým kolegům a nadepsal čtyři obálky příslušnými adresami. Pak náhodně vložil do každé obálky jeden dopis. Jaká je pravděpodobnost, že

- právě ve dvou obálkách budou správné dopisy?
- v žádné obálce nebude správný dopis?

8. Ve společnosti se sešlo n manželských dvojic. V určitý okamžik byly ze všech přítomných vytvořeny náhodně taneční dvojice. Jaká je pravděpodobnost, že

- alespoň jeden muž tančí se svou ženou?
- nikdo netančí se svou ženou?

9. Ve třídě je dohromady lichý počet žáků, (chlapců a dívek). Vybereme náhodně dva z nich. Prav-

děpodobnost, že vybraní žáci jsou chlapec a dívka, je rovna pravděpodobnosti, že vybraní žáci jsou oba chlapci nebo obě dívky. Kolik je ve třídě žáků? (Předpokládáme, že ve třídách bývá ne méně než 10 žáků a ne více než 45 žáků.)

10. Pravděpodobnost narození chlapce je 0,515. Jaká je pravděpodobnost, že mezi čtyřmi po sobě narozenými dětmi budou

- první dva chlapci a další dvě dívky?
- první dva chlapci?
- právě dva chlapci?
- alespoň dva chlapci?

11. Hosté, n mužů a n žen se náhodně rozesadili na $2n$ míst kolem kulatého stolu. Vypočítejte pravděpodobnost střídavého rozmístění, tj. rozmístění, při kterém má každý muž po levé i pravé straně ženu. Uvažte navíc, že jistý muž má mezi n přítomnými ženami k přítelkyni. Vypočítejte pravděpodobnost toho, že tento muž bude mít

- po levé i pravé straně přítelkyni
- po obou stranách přítelkyně a současně budou ostatní hosté rozmístěni střídavě
- po obou stranách přítelkyně za podmínky, že ostatní hosté budou rozmístěni střídavě.

12. Jaká je pravděpodobnost toho, že náhodně zvolené přirozené číslo 1 až 40 je dělitelné čtyřmi nebo pěti?

13. Jednomu z účastníků karetní hry je rozdáno osm karet. Jaká je pravděpodobnost, že v jeho balíčku bude aspoň jedno eso?

14. (úloha De Mére) Co je pravděpodobnější: Hodit při čtyřech hodech jednou kostkou alespoň jednou šestku (jev A) nebo hodit při 24 hodech dvěma kostkami alespoň jednou šestku na obou kostkách (jev B)?

15. Co je pravděpodobnější: Hodit při hodu pěti mincemi pětkrát líc (jev A) nebo hodit při hodu dvěma kostkami šestku na obou kostkách (jev B)?

16. Házíme třemi kostkami. Co je pravděpodobnější: Hodit alespoň na dvou kostkách čísla vedle sebe (jev A) nebo hodit na všech kostkách navzájem různá čísla (jev B)?

17. Házíme pěti kostkami. Co je pravděpodobnější: Hodit pět čísel vedle sebe, např. (3,4,2,1,5) (jev A) nebo hodit tři a dvě stejná čísla, např. (2,2,5,2,5) (jev B)?

18. Co je pravděpodobnější? Vyhrát se stejně silným soupeřem ve hře bez remíz aspoň 4 partie z pěti (jev A) nebo alespoň 5 z osmi (jev B)?

19. Jaká je pravděpodobnost toho, že při hodu dvěma kostkami

- bude součet teček roven číslu n ?
- bude součet teček roven lichému číslu?
- padnou navzájem různá čísla?

20. Jaká je pravděpodobnost toho, že při náhodném řazení kartiček s písmeny A, A, A, D, K, M, R složíme slovo KAMARAD?

21. Na šachovnici jsou náhodně rozestavěny 4 věže. Jaká je pravděpodobnost, že se žádné dvě z nich navzájem neohrožují.

22. V zahradnictví jsme koupili 10 cibulek červených tulipánů a 5 cibulek černých tulipánů. Zasadili jsme 8 náhodně vybraných cibulek. Jaká je pravděpodobnost, že alespoň dvě budou cibulky černých tulipánů?

23. Pavla si myslí tři z čísel 1, 2, ..., 10. Pepík má jeden pokus na to, aby jedno z těchto čísel uhádl. Jaká je pravděpodobnost, že se mu to podaří?

24. Pavla si myslí jedno z čísel 1, 2, ..., 10. Pepík má tři pokusy, aby toto číslo uhádl. Jaká je pravděpo-

dobnost toho, že se mu to

- a) podaří až při třetím pokusu?
- b) podaří dříve než při třetím pokusu?
- c) nepodaří vůbec?

25. Pavla si myslí jedno z čísel $1, 2, \dots, 10$. Pepík má vždy jeden pokus na to, aby toto číslo uhádl. Tuto hru opakují třikrát. Jaká je pravděpodobnost toho, že se mu to

- a) podaří až při třetím pokusu?
- b) podaří dříve než při třetím pokusu?
- c) nepodaří vůbec?

26. Náhodně rozdáme 5 z 32 karet. Jaká je pravděpodobnost, že budou

- a) 3 a 2 stejné výšky?
- b) 4 stejné výšky?
- c) 4 stejné barvy?

27. Náhodně rozdáme 3 ze 32 karet. Určete pravděpodobnost toho, že

- a) všechny 3 karty jsou stejné barvy.
- b) právě 2 karty jsou stejné barvy.
- c) všechny karty mají různou barvu.

28. V krabici je 6 kuliček s čísly 1, 2, 3, 4, 5 a 6. Vylosujeme najednou tři kuličky. Jaká je pravděpodobnost, že vylosujeme tři čísla vedle sebe?

29. Jaká je pravděpodobnost, že při hození deseti mincemi padne právě šestkrát líc?

30. Házíme najednou třemi hracími kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že hodíme tři čísla vedle sebe (např. 234 nebo 645)?

31. Házíme postupně třemi hracími kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že hodíme postupku, neboli tři čísla za sebou (např. 234 nebo 345)?

32. Při automatické výrobě bylo vyrobeno 1 000 výrobků a z toho 10 zmetků. Provádíme kontrolu tak, že vybereme 50 výrobků a přesvědčíme se o jejich kvalitě. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou alespoň dva zmetky?

33. Máme 12 klíčů, mezi nimiž jsou 4 správné. Vybereme náhodně čtyři klíče. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi bude

- a) právě jeden správný klíč?
- b) alespoň jeden správný klíč?
- c) nejvýše jeden správný klíč?

34. Roztržitý profesor zapomene deštník při návštěvě obchodu s pravděpodobností 0,3. Jaká je pravděpodobnost, že po návštěvě čtyř obchodů má ještě deštník při sobě? (Předpokládáme, že v té době neprší.)

35. Házíme dvěma kostkami a uvažujeme jevy:

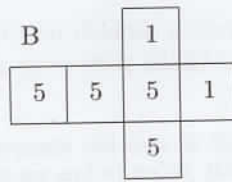
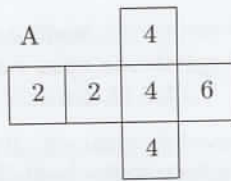
$A =$ [na obou kostkách padne stejné číslo],

$B =$ [na kostkách padnou čísla vedle sebe], např. (1, 2) nebo (5, 4),

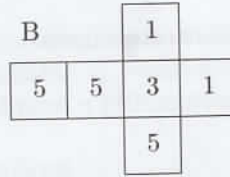
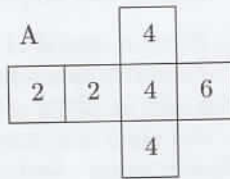
$C =$ [padne alespoň jedna šestka].

- a) Jaká je pravděpodobnost jevů A , B a C ?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že nenastane ani jeden z jevů A , B , C ?

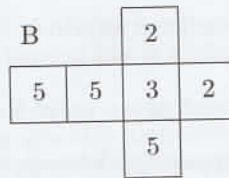
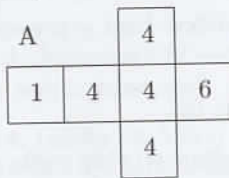
36. Ve hře si každý ze dvou hráčů vybere jednu ze dvou kostek a hodí. Komu padne větší číslo, vyhrává. Budeme-li mít možnost vybrat si kostku jako první, kterou z nich zvolíme, abychom vyhráli? Je přednostní výběr výhodou?



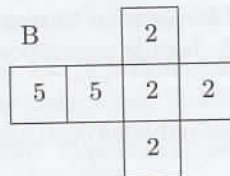
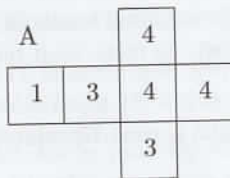
37. Ve hře si každý ze dvou hráčů vybere jednu ze dvou kostek a hodí. Komu padne větší číslo, vyhrává. Budeme-li mít možnost vybrat si kostku jako první, kterou z nich zvolíme, abychom vyhráli? Je přednostní výběr výhodou?



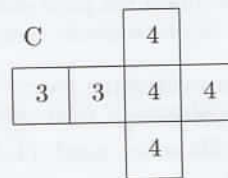
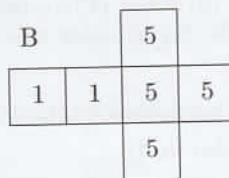
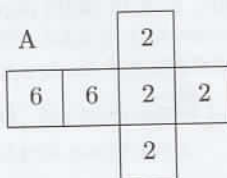
38. Ve hře si každý ze dvou hráčů vybere jednu ze dvou kostek a hodí. Komu padne větší číslo, vyhrává. Budeme-li mít možnost vybrat si kostku jako první, kterou z nich zvolíme, abychom vyhráli? Je přednostní výběr výhodou?



39. Ve hře si každý ze dvou hráčů vybere jednu ze dvou kostek a hodí. Komu padne větší číslo, vyhrává. Budeme-li mít možnost vybrat si kostku jako první, kterou z nich zvolíme, abychom vyhráli? Je přednostní výběr výhodou?



40. Ve hře si každý ze dvou hráčů vybere jednu ze tří kostek a hodí. Komu padne větší číslo, vyhrává.
a) Budeme-li mít možnost vybrat si kostku jako první, kterou z nich zvolíme, abychom vyhráli? Je přednostní výběr výhodou?
b) Jak tomu bude v podobné hře tří hráčů?



41. Hráč A bude losovat z krabice s čísly 0, 3, 20, hráč B z krabice s čísly 1, 9, 13. Který hráč má větší šanci na výhru, když
a) každý z nich vylosuje jeden lístek a vyhrává ten, kdo vylosuje větší číslo,
b) každý z nich ze své krabice vylosuje postupně jeden lístek, vrátí ho zpět a pak vylosuje opět jeden lístek; vyhrává ten, kdo vylosuje větší součet.
c) každý z nich ze své krabice vylosuje dva lístky (aniž by první vracel zpět) a vyhrává ten, kdo vylosuje

větší součet.

42. Při rozdávání karet na mariáš obdržel spoluhráč 10 karet. Jaká je pravděpodobnost, že se mezi nimi vyskytnou karty pouze od dvou barev?

43. Jaká je pravděpodobnost, že v náhodně vybraných osmi mariášových kartách budou právě dvě karty červené a právě tři zelené?

44. Určete pravděpodobnost toho, že při hodu osmi kostkami

- nepadne žádná šestka?
- padne právě jedna pětka?
- padne víc trojek než jedna?
- padne alespoň jedna šestka?

45. V krabici je sedm hracích kostek. Na první je právě jedna šestka, na druhé právě dvě šestky, atd. až na šesté je šest šestek a na sedmé není žádná šestka. Vylosujeme jednu kostku a dvakrát hodíme. Jaká je pravděpodobnost, že

- při obou hodech padne šestka?
- šestka padne právě v jednom hodu?
- šestka nepadne?

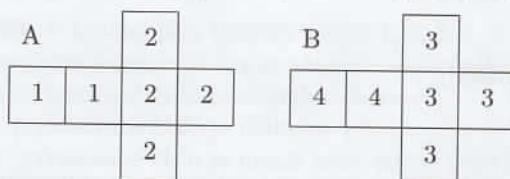
46. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami (červenou a zelenou) bude součet teček liché číslo za podmínky, že

- padnou různá čísla?
- padnou stejná čísla?
- na červené kostce padne číslo sudé?
- na zelené kostce padne číslo větší než 3?
- na červené kostce padne číslo sudé a zároveň na zelené kostce padne číslo větší než 3?

47⁴. Ve hře mariáš slovo "hláška" znamená mít v ruce krále a svrška od stejné barvy. Jednomu z hráčů mariáše je rozdáno 10 karet z 32. Jaká je pravděpodobnost, že bude mít

- alespoň jednu hlášku?
- alespoň dvě hlášky?
- alespoň tři hlášky?
- alespoň čtyři hlášky?

48. V krabici máme dvě kostky typu A a jednu typu B. Dvě z těchto tří kostek náhodně vylosujeme a hodíme jimi. Jaká je pravděpodobnost, že na nich padne součet alespoň 5?



49. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi kostkami padnou pouze lichá čísla?

50. Z balíčku 32 karet rozdáme pět. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou dvě a tři stejné výšky (např. (eso,8,8,eso,8))?

51. Sekretářka telefonuje na úřad v době velkého zatížení, kdy pravděpodobnost, že bude obsazeno se rovná 0,75. Jaká je pravděpodobnost toho, že dostane spojení nejpozději při pátém pokusu?

52. V krabici je 6 lístečků s dvojicí čísel - $[0,1]$, $[3,1]$, $[2,2]$, $[1,3]$, $[1,4]$ a $[1,1]$. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A = \{\text{součet čísel na lístečku je roven } 4\}$,

⁴poněkud náročnější

$B =$ [součin čísel na lístečku je roven 4].
Jsou jevy A, B nezávislé?

53. Házíme hrací kostkou. Jsou náhodné jevy
 $A =$ [padne číslo liché],
 $B =$ [padne prvočíslo]
nezávislé? ⁵

54. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 6 a 35. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $A =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],
 $A =$ [vylosované číslo je prvočíslo].

Jsou jevy A, B a C nezávislé? Jsou tyto jevy po dvou nezávislé?

55. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 4, 5, 7, 10, 14, 15, 20, 21, 25 a 70. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $B =$ [vylosované číslo je dělitelné pěti],
 $C =$ [vylosované číslo je dělitelné sedmi].

Jsou jevy A, B a C nezávislé?

56. V krabici jsou lístečky s čísly 3 až 10, 12, 14, 15 a 21. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],
 $C =$ [vylosované číslo je menší než sedm].

Jsou jevy A, B a C nezávislé?

57. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 4, 5, 6, 10, 15, 20, 25, 31, 32, 33 a 35. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $B =$ [vylosované číslo je dělitelné pěti],
 $C =$ [vylosované číslo je větší než 30].

Jsou jevy A, B a C nezávislé?

58. V krabici jsou lístečky s čísly 11, 13, 18, 22, 36, 44, 45, 54, 55, 63, 66 a 81. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [ciferný součet vylosovaného čísla je roven devíti],
 $B =$ [ciferný součin vylosovaného čísla je větší než devatenáct],
 $C =$ [vylosované číslo je liché].

Jsou jevy A, B a C nezávislé?

59. V krabici jsou lístečky s čísly 1 až 22, 25 a 30. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],
 $C =$ [vylosované číslo je dělitelné pěti].

Jsou jevy A, B a C nezávislé?

60. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 20, 30 a 45. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],
 $B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],

⁵jednička není prvočíslo

C = [vylosované číslo je dělitelné pěti].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

61. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 25, 49 a 100. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je menší než 10],

C = [vylosované číslo je druhá mocnina celého čísla].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

62. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 4, 6, 7, 9, 14, 15, 21, 28, 35 a 42. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je dělitelné třemi],

C = [vylosované číslo je dělitelné sedmi].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

63. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 25 a 49. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je dělitelné třemi],

C = [vylosované číslo je prvočíslo].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

64. V krabici jsou lístečky s čísly 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 43, 61, 64, 65, 66, 67, 68, 69 a 70. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [ciferný součet vylosovaného čísla je sedm],

B = [vylosované číslo je větší než 25],

C = [vylosované číslo je sudé].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

65. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 25, 30 a 36. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je dělitelné pěti],

C = [vylosované číslo je menší nebo rovné desíti].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

66. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 2, 3, 4, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 25, 30 a 40. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je dělitelné pěti],

C = [vylosované číslo je menší nebo rovné desíti].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

67. V krabici jsou lístečky s čísly 9, 10, 13, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 33, 35, 45, 50, 60 a 75. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné třemi],

B = [vylosované číslo je dělitelné pěti],

C = [vylosované číslo je menší než 20].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

68. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 16, 21 a 25. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

A = [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

B = [vylosované číslo je menší než 10],

$C =$ [vylosované číslo je druhá mocnina celého čísla].
Jsou jevy A , B a C nezávislé?

69. V krabici jsou lístečky s čísly 2 až 7 a 10 až 21. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [$A \dots$ vylosované číslo je dělitelné dvěma],

$B =$ [$B \dots$ vylosované číslo je dělitelné třemi],

$C =$ [$C \dots$ vylosované číslo je menší než 10].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

70. V krabici jsou lístečky s trojicemi čísel 100, 110, 101, 111, 010, 010, 011, 011, 001, 001, 000 a 000. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě trojice na vylosovaném lístku je 1].

Jsou jevy A_1 , A_2 a A_3 nezávislé?

71. V krabici jsou lístečky s trojicemi čísel 123, 223, 222, 222, 333, 333, 122, 122, 113, 113, 000, 000, 000, 000, 111, 111, 111 a 111. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě trojice na vylosovaném lístku je číslo k].

Jsou jevy A_1 , A_2 a A_3 nezávislé?

72. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 2, 3, 4, 7, 10, 14, 15, 20, 25, 35 a 70. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

$B =$ [vylosované číslo je dělitelné pěti],

$C =$ [vylosované číslo je dělitelné sedmi].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

73. V krabici jsou lístečky s čísly 1, 2, 3, 4, 5, 9, 12, 18, 22, 24, 25 a 27. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

$B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],

$C =$ [vylosované číslo je větší než 20].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

74. V krabici jsou lístečky se jmény JAN, JOSEF, MILAN, ALADAR, RADEK, DOMINIK, AHMED, JOŠT, JIŘÍ, VELEN, IRENA a MIREK. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované jméno obsahuje A],

$B =$ [vylosované jméno obsahuje E],

$C =$ [vylosované jméno obsahuje M].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

75. V krabici jsou lístečky s čísly 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 17, 21, 22, 23, 24, 25, 28, 29, 31, 32, 34, 40 a 49. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

$B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],

$C =$ [vylosované číslo je menší než 20].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

76. V krabici jsou lístečky se znaky $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \square \square \circ \circ \circ \circ \times \times \times \times \triangle \triangle$
 $\triangle \triangle$. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosovaný znak obsahuje \times],

$B =$ [vylosovaný znak obsahuje \circ],

$C =$ [vylosovaný znak obsahuje \square].

Jsou jevy A , B a C nezávislé?

77. V krabici jsou čtyři lístečky, každý je označen jedním z přirozených čísel 1 až 100. Náhodně

vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A =$ [vylosované číslo je dělitelné dvěma],

$B =$ [vylosované číslo je dělitelné třemi],

$C =$ [vylosované číslo je dělitelné pěti].

Platí $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4}$ a jevy A, B, C jsou po dvou nezávislé. Nalezněte taková čísla.

78. V krabici je 9 lístečků s trojicí písmen - ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA, AAA, BBB a CCC. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě vylosovaného lístečku je písmeno A].

Jsou jevy A_1, A_2 a A_3 nezávislé?

79. V krabici je po jednom lístečku s trojicí písmen - AAA a BAA, po dvou lístkách s trojicí ABA a BBA, po třech lístkách s AAB a BAB a po šesti lístkách s ABB a BBB. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě vylosovaného lístečku je písmeno A].

Jsou jevy A_1, A_2 a A_3 nezávislé?

80. V krabici je po třech lístkách se čtveřicí písmen - AABB, ABAB, BAAB, BBBB a po jednom lístku se čtveřicí AAAA, AAAB, AABA, ABAA, BAAA, ABBA, BABA, BBAA, ABBB, BABB, BBAB a BBBB, dohromady tedy 24 lístečků. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě vylosovaného lístečku je písmeno A].

Jsou jevy A_1, A_2, A_3 a A_4 nezávislé?

81. V krabici je po dvou lístkách se čtveřicí písmen AAAB, AABB, ABAB, BAAB, ABBB, BABB, BBAB a BBBB, po jednom lístku se čtveřicí AAAA, BAAA, ABAA, AABA, ABBA, BABA, BBAA a BBBA. Dohromady tedy 24 lístečků. Náhodně vylosujeme jeden z nich a uvažujeme následující jevy:

$A_k =$ [na k -tém místě vylosovaného lístečku je písmeno A].

Jsou jevy A_1, A_2, A_3 a A_4 nezávislé?

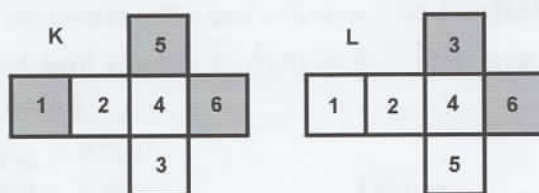
82. Házíme dvěma kostkami K a L na obrázku a uvažujeme jevy

$A =$ [součet čísel na obou kostkách je sedm],

$B =$ [na obou kostkách padla bílá strana],

$C =$ [na kostce L padlo číslo větší než tři].

Jsou jevy A, B, C nezávislé? Které dvojice jevů jsou nezávislé?



83. U jistého typu pevného disku se s pravděpodobností 0,1 vyskytovala konstrukční vada. U výrobků s touto vadou dochází během záruční doby k poruše s pravděpodobností 0,5. Výrobky, které tuto vadu nemají, vykazují během stejné doby poruchu jen s pravděpodobností 0,01. Vypočítejte pravděpodobnost toho, že

a) u náhodně vybraného výrobku nastane v záruční době porucha,

b) výrobek, u kterého dojde v záruční době k poruše, bude mít uvažovanou konstrukční vadu.

84. V tiskárně pracují tři stroje a na celkové produkci se podílejí pětadvaceti, pětatřiceti a čtyřiceti procenty. Z výrobků vyrobených na prvním stroji jsou 4 % zmetků, z výrobků na druhém 3 % a z výrobků na třetím 2 % zmetků. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek byl vyroben na prvním (resp. druhém a třetím) stroji, jestliže je to zmetek?

85. Z celkového počtu práce schopných obyvatel města má 20 % vysokoškolské vzdělání, 35 % pouze

středoškolské vzdělání, 40 % je vyučených (bez středoškolského vzdělání) a 5 % má pouze základní vzdělání. Nezaměstnaných mezi obyvateli s vysokoškolským vzděláním je 1 %, mezi nejvýše středoškolsky vzdělanými obyvateli 5 %, mezi vyučenými 15 % a u těch, co mají pouze základní vzdělání je nezaměstnanost 25 %. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný nezaměstnaný má vysokoškolské vzdělání?

86. V malarické oblasti se vyskytuje z 20 % kmen malárie Vivax, z 30 % kmen Ovale (oba způsobují malarii terciannu), ze 40 % kmen Malariae (způsobující malarii kvartanu), z 5 % kmen Falciparum (způsobující malarii tropicanu), ve zbývajících 5 % procentech se bude jednat o kmen jiný. Doporučované antimalarikum Lariam (jmenujme ještě další jako Paludrine, Delagil, Malaron) je účinné vždy jen zčásti. V 90 % případů zabírá při nákaze kmenem Vivax, v 70 % u kmene Ovale, v 60 % u kmene Malariae, ve 40 % u kmene Falciparum a předpokládejme, že při nákaze jiným kmenem bude účinný v 50 % případů.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že při nákaze jedním z kmenů malárie bude lék Lariam účinný?
b) Jestliže lék Lariam zabral, jaká je pravděpodobnost, že se jednalo o kmen Falciparum?

87. Manželka očekává příchod svého muže ze zaměstnání a zvažuje možné příčiny jeho zpoždění. Z dlouhodobé zkušenosti zjistila, že s pravděpodobností 50 % musel v zaměstnání setrvat déle z pracovních důvodů. S pravděpodobností 40 % se nechal zlákat kolegy k posezení a přátelskému rokování v některém z pohostinství po cestě domů. Jiný důvod zdržení předpokládá jen s pravděpodobností 10 %. Protože zakoupila vstupenky na večerní divadelní představení, uvažuje dále, jestli se manžel vrátí do 18. hodiny. Opět ze zkušenosti odhaduje pravděpodobnost jeho včasného návratu v případě pracovního zaneprázdnění na 80 %, v případě rokování s kolegy pouze na 10 % a v jiném případě na 50 %.

- a) Jaká je pravděpodobnost toho, že se manžel vrátí včas (tzn. do 18. hodiny)?
b) Vrátili-li se včas, jaká je pravděpodobnost toho, že rokoval s kolegy?

Výsledky

1. $\frac{5}{16}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{1}{2}$

2. $\frac{12397}{35061} = 0,3536$, $\frac{242873}{420732} = 0,5773$, $\frac{326623}{420732} = 0,7763$

3. $P(A) = \frac{5}{18} = 0,2778$, $P(B) = \frac{5}{9} = 0,5556$, $P(C) = \frac{5}{54} = 0,0926$, $P(D) = \frac{5}{72} = 0,0694$,
 $P(E) = \frac{1}{216} = 0,0046$, $P(C \cup E) = \frac{7}{72} = 0,0972$

4. $P(A) = \frac{512}{4495} = 0,1139$, $P(B) = \frac{2688}{4495} = 0,5980$, $P(C) = \frac{672}{4495} = 0,1495$, $P(D) = \frac{588}{4495} = 0,1308$,
 $P(E) = \frac{7}{899} = 0,0078$, $P(C \cup E) = \frac{707}{4495} = 0,1573$

5. $\frac{1}{n}$, nezmění se

6. $1 - \frac{365!}{365^n(365-n)!}$

7. $\frac{1}{4} = 0,25$, $\frac{3}{8} = 0,375$

8. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{24} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \dots + (-1)^n \frac{1}{n!}$

10. 0,0624, 0,2652, 0,3743, 0,7097

11. $\frac{2 \cdot n!}{(2n)!}$, $\frac{k(k+1)}{(2n-1)(2n-2)}$, $\frac{k(k-1)(n-1)(n-2)!}{(2n-1)!}$, $\frac{k(k-1)}{n(n-1)}$

12. $\frac{2}{5} = 0,4$

13. $\frac{12667}{17980} = 0,7045$

14. $P(A) = \frac{671}{1296} = 0,5177$, $P(B) = 0,4914$

15. $P(A) = \frac{1}{32} = 0,0313$, $P(B) = \frac{1}{36} = 0,0278$

16. $P(A) = \frac{7}{12} = 0,5833$, $P(B) = \frac{5}{9} = 0,5556$

17. $P(A) = \frac{5}{162} = 0,0309$, $P(B) = \frac{25}{648} = 0,0386$

18. $P(A) = \frac{3}{16} = 0,1875$, $P(B) = \frac{93}{256} = 0,3633$
19. $\frac{6-|n-7|}{36}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$
20. $\frac{1}{840} = 0,0012$
21. $\frac{350}{1891} = 0,1851$
22. $\frac{386}{429} = 0,8998$
23. $\frac{3}{10} = 0,3$
24. $\frac{7}{40} = 0,1750$, $\frac{16}{30} = 0,5333$, $\frac{7}{24} = 0,2917$
25. $\frac{81}{1000} = 0,081$, $\frac{19}{100} = 0,19$, $\frac{729}{1000} = 0,729$
26. $\frac{6}{899} = 0,0067$, $\frac{1}{899} = 0,0011$, $\frac{1}{29} = 0,0345$
27. $\frac{7}{155} = 0,0452$, $\frac{84}{155} = 0,5419$, $\frac{64}{155} = 0,4129$
28. $\frac{1}{5} = 0,2$
29. $\frac{105}{512} = 0,2051$
30. $\frac{1}{9} = 0,1111$
31. $\frac{1}{54} = 0,0185$
32. 0,0853
33. $\frac{224}{495} = 0,4525$, $\frac{85}{99} = 0,089$, $\frac{98}{165} = 0,5939$
34. 0,2401
35. $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{5}{18}$, $P(C) = \frac{11}{36}$, $\frac{1}{3}$
36. B lepší $P(A) = \frac{4}{9}$, $P(B) = \frac{5}{9}$
37. B lepší $P(A) = \frac{17}{36}$, $P(B) = \frac{19}{36}$
38. oba stejné $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$
39. A lepší $P(A) = \frac{5}{9}$, $P(B) = \frac{4}{9}$
40. a) přednostní volba není výhodou, b) B nejlepší $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{4}{9}$, $P(C) = \frac{2}{9}$
41. a) A lepší $P(A) = \frac{5}{9}$, $P(B) = \frac{4}{9}$, b) B lepší $P(A) = \frac{40}{81}$, $P(B) = \frac{41}{81}$, c) A lepší $P(A) = \frac{5}{9}$, $P(B) = \frac{4}{9}$
42. $\frac{77}{103385} = 0,0007$
43. $\frac{43904}{525915} = 0,0835$
44. $\frac{390625}{1679616} = 0,2326$, $\frac{78125}{209952} = 0,3721$, $\frac{663991}{1679616} = 0,3953$, $\frac{1288991}{1679616} = 0,7674$
45. $\frac{91}{252} = 0,3611$, $\frac{5}{18} = 0,2778$, $\frac{91}{252} = 0,3611$
46. $\frac{3}{5}$, 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{9}$
47. 0,328787, 0,032288, 0,000914, 0,000004
48. $\frac{14}{55}$
49. $\frac{1}{8}$
50. $\frac{6}{899} = 0,0067$
51. $\frac{781}{1024} = 0,7627$

52. ano
53. ne
54. ne, ano
55. ne
56. ne
57. ne
58. ano
59. ano
60. ne, (po dvou ano)
61. ano
62. ne
63. ne, (po dvou ano)
64. ano
65. ano
66. ne
67. ano
68. ano
69. ano
70. ano
71. ano
72. ano
73. ano
74. ano
75. ano
76. ano
77. např. 2, 3, 5, 30
78. ne, (po dvou ano)
79. ano
80. ne
81. ano
82. ne, nezávislé jsou dvojice A, B a A, C
83. 0,059, $\frac{50}{59} = 0,8475$
84. $\frac{20}{57} = 0,3509$, $\frac{7}{19} = 0,3684$, $\frac{16}{57} = 0,2807$
85. $\frac{1}{46} = 0,0217$
86. $\frac{27}{40} = 0,675$, $\frac{4}{135} = 0,0296$
87. 0,49, $\frac{4}{49} = 0,0816$