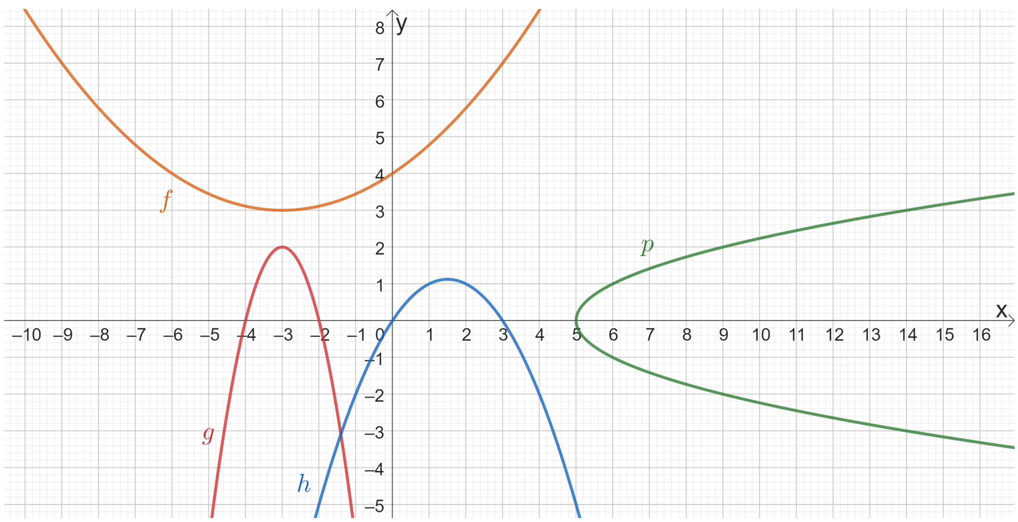
# Kvadratické funkce

1) Určete rovnice parabol $f, g, h, p$. Je každá parabola grafem kvadratické funkce proměnné $x$?




2) Napište předpis kvadratické funkce $y = f(x)$, víte-li, že:

**a)** Maximum funkce $f$ je $[2, 1]$ a graf prochází počátkem soustavy souřadnic.

**b)** Funkce $f$ je sudá, minimum má v bodě $[0, -3]$ a graf prochází bodem $[2, 5]$.

**c)** Jejím oborem hodnot je $H_f = (-\infty, 5]$ a graf prochází body $[-1, 2]$ a $[5, 2]$.

**d)** Graf prochází body $[1, -6]$, $[3, 2]$ a $[5, 2]$.

**e)** Graf prochází body $[0, 0]$, $[1, 1]$ a $[6, -4]$.

**f)** Graf prochází body $[0, 0]$, $[1, 1]$ a $[1, 3]$.

3) Lze zadanými body v úlohách 2d) a 2e) proložit parabolu danou rovnicí

$$x = ay^2 + by + c,$$

kde $a, b, c \in \mathbb{R}$ jsou nějaká čísla?

4) Předpis kvadratické funkce upravte na vrcholový tvar, tedy na tvar

$$y = A(x + B)^2 + C,$$

kde $A, B, C \in \mathbb{R}$ jsou nějaká čísla a určete vrchol paraboly.

**a)** $y = x^2 + 4x + 7$

**b)** $y = x^2 + 6x$

**c)** $y = x^2 + 5x$

**d)** $y = -x^2 + 2x$

**e)** $y = 2x^2 - 12x$

**f)** $y = 3x^2 + 2x$

**g)** $y = \frac{2}{3}x^2 + x - 1$

**h)** $y = x^2 + \sqrt{3}\,x$

Výsledky:

1) Paraboly $f, g, h$ jsou grafy kvadratických funkcí, parabola $p$ není grafem funkce.

$f:\ y = \frac{1}{9}(x+3)^2 + 3 = \frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$

$g:\ y = -2(x+3)^2 + 2 = -2(x+2)(x+4) = -2x^2 - 10x - 16$

$h:\ y = -\frac{1}{2}x\,(x-3) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$

> *Poznámka:* Vrchol má v bodě $[\frac{3}{2}, \frac{9}{8}]$, ale jeho $y$-ovou souřadnici z obrázku nevyčteme. Vyčteme ale průsečíky paraboly s osou $x$ a její rovnici tedy můžeme hledat ve tvaru $y = Ax\,(x-3)$, kde $A$ je neznámé číslo. To zjistíme tak, že do této rovnice dosadíme další bod, kterým parabola prochází, např. $[-1, -2]$.

$p:\ x = y^2 + 5$

2)

**a)** $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 1 = -\frac{1}{4}x\,(x-4) = -\frac{1}{4}x^2 + x$

**b)** $y = 2x^2 - 3$

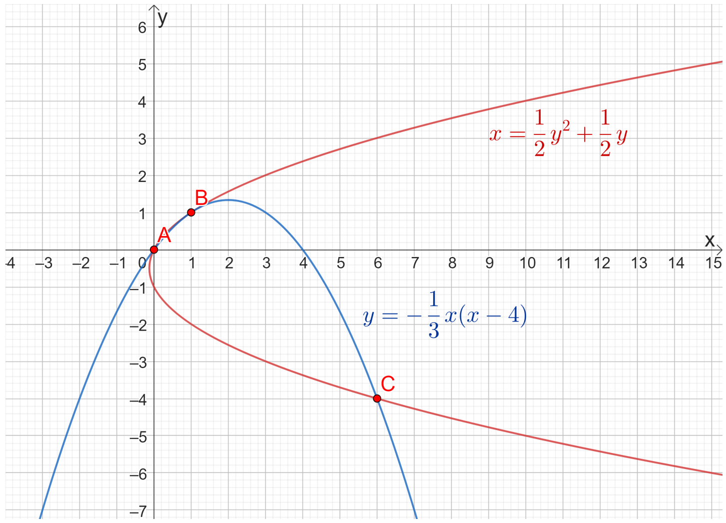
**c)** $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 5 = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$

**d)** $y = -(x-4)^2 + 3 = -x^2 + 8x - 13$

**e)** $y = -\frac{1}{3}x(x-4) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x$

**f)** Taková funkce neexistuje, neboť požadujeme, aby splňovala $f(1) = 1$ a zároveň $f(1) = 3$, což je ve sporu s definicí funkce.

3) V případě 2d) nelze, v případě 2e) lze: $x = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}y$



4)

**a)** $y = (x+2)^2 + 3$, vrchol $[-2, 3]$

**b)** $y = (x+3)^2 - 9$, vrchol $[-3, -9]$

**c)** $y = (x+\frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4}$, vrchol $[-\frac{5}{2}, -\frac{25}{4}]$

**d)** $y = -(x-1)^2 + 1$, vrchol $[1, 1]$

**e)** $y = 2(x-3)^2 - 18$, vrchol $[3, -18]$

**f)** $y = 3(x+\frac{1}{3})^2 - \frac{1}{3}$, vrchol $[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}]$

**g)** $y = \frac{2}{3}(x+\frac{3}{4})^2 - \frac{11}{8}$, vrchol $[-\frac{3}{4}, -\frac{11}{8}]$

**h)** $y = (x+\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{3}{4}$, vrchol $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{4}]$